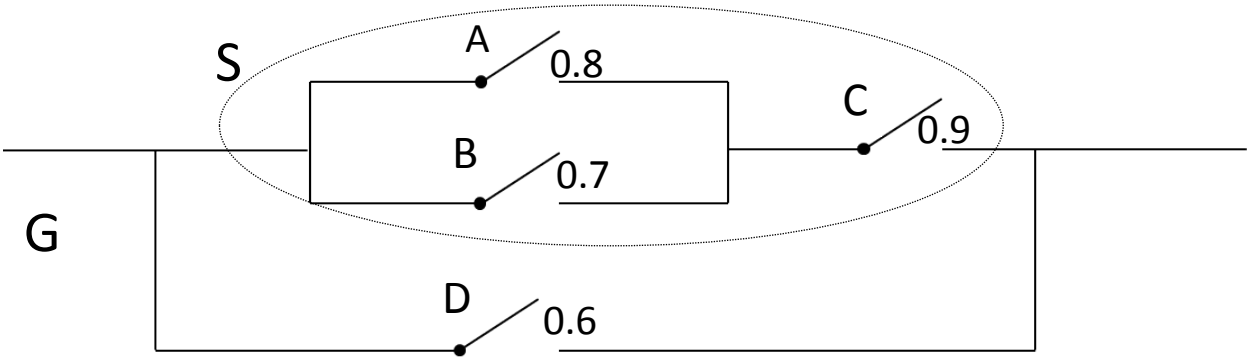
NOM:_____COGNOM:_____

(*Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliciteu i justifiqueu els càlculs*)

Problema 1 (B1)

Tenim el següent circuit elèctric en el qual hi ha 4 portes que poden estar connectades (A,B,C i D) amb probabilitats 0.8, 0.7, 0.9, 0.6 o desconnectades (¬A, ¬B, ¬C i ¬D). Les connexions o no de les portes són independents entre elles. Indiquem amb S el sub-circuit indicat (format per A,B i C), i G al global (format per S i D). Calculeu amb mínim 3 decimals correctes:



1. (1 punt) La probabilitat que les 4 portes estiguin connectades.

2. (1 punt) La probabilitat que el corrent passi pel sub-circuit S.

3. (1 punt) La probabilitat que el corrent passi pel circuit global G.

4. (1 punt) Demostra que S i C no són independents.

5. (1 punt) La probabilitat que la porta D estigui desconnectada quan sabem que el corrent circula per G.

6. (1 punt) La probabilitat que circuli el corrent per G quan sabem que la porta D està desconnectada.

7. (2 punts) Compara les preguntes 3 i 6 i els seus resultats.

8.(2 punts) Compara les preguntes 5 i 6 i els seus resultats.

NOM:_____COGNOM:_____

(*Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliciteu i justifiqueu els càlculs*)

Problema 2 (B2)

Considerem dues tirades d'un dau equilibrat de 6 cares. Considerem la repetició de 2 variables aleatòries:

X = màxim dels dos resultats, Y = el nombre de vegades que surt un resultat parell.

1. (3 punts) Per la variable X, calculeu:
   a) la funció de probabilitat i la seva gràfica,
   b) l'esperança i la desviació,
   c) comenteu les característiques de la gràfica de la funció de probabilitat (simetries, creixements i valor esperat).

2. (3 punts) Per la variable Y, calculeu:
   a) la funció de probabilitat i la seva gràfica,
   b) l'esperança i la desviació,
   c) comenteu les característiques de la gràfica de la funció de probabilitat (simetries, creixements i valor esperat).

3. (2 punts) Si definim un índex de variabilitat relativa d'una variable com el quocient entre la desviació i l'esperança, calculeu-lo per a les 2 variables X i Y, indicant la que té més variabilitat relativa i per quina raó creieu que passa.

4. (2 punts) Definim la variable Z= el nombre de vegades que surt un resultat senar. Calculeu la taula de probabilitat conjunta entre Y i Z, la covariància entre Y i Z, i interpreteu la correlació en termes de signe i valor.

NOM: _____ COGNOMS: _____

(*Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliciteu i justifiqueu els càlculs*)

Problema 3 (B3). Cada pregunta val 1 punt.

Tenim una variable X que calcula l'error que es comet en una certa mesura i que segueix el model Normal amb esperança 0 unitats i variància 4 unitats al quadrat.

1. Calculeu la probabilitat que l'error sigui superior a 2 unitats.

2. Calculeu per a quin valor k resulta que la probabilitat que l'error sigui superior a k unitats val 0,25.

Ara considerem que observem repetidament amb independència n errors; és a dir, n observacions de la variable X.

3. La nova variable que compta quantes de les n observacions tenen un valor superior al valor k de l'apartat 2, quin model segueix?, amb quins paràmetres?

4. Calculeu la probabilitat que d'aquestes n observacions, més de 7 tinguin un valor superior al valor k de l'apartat 2, quan n val 10.

5. Calculeu la probabilitat que d'aquestes n observacions, més de 70 tinguin un valor superior al valor k de l'apartat 2, quan n val 200 (ho heu de fer usant una aproximació).

Considerem ara $X_1, .., X_{100}$, 100 variables que calculen certa mesura de les quals desconeixem el model que segueixen però sí que sabem que són independents i idènticament distribuïdes amb esperança 2 unitats i variància 4 unitats al quadrat.

6. Calculeu la probabilitat que la suma de les 100 mesures (és a dir, la suma de les 100 variables) sigui superior a 180 unitats usant el Teorema Central del Límit.

7. Trobeu el valor c que compleix $P[200 - c < X_1 + \cdots + X_{100} < 200 + c] = 0{,}95$ usant igualment el Teorema Central del Límit.

Finalment, considerem tres variables X i Y que tenen model $N(0,1)$ i que són independents. Calculeu:

8. $P(X + Y > 1) =$

9. $P(X > Y + 1) =$

10. $E(4X+Y^2+8) =$